



**6-й Открытый чемпионат Юга России – XVI Олимпиада  
Южного федерального университета по программированию  
"ContestSFedU-2022"**



[www.contestsfedu.org](http://www.contestsfedu.org)

347922, Ростовская обл., г. Таганрог, Южный федеральный университет,  
пер. Некрасовский, 44, кафедра МОП ЭВМ, НОЦ МПО ИСРВ (Г-404)

[contestsfedu@ictis.sfedu.ru](mailto:contestsfedu@ictis.sfedu.ru)

# Турнир школьников по программированию

**Финальный тур**

## Задача А. Следующее число

Имя входного файла:	стандартный ввод
Имя выходного файла:	стандартный вывод
Ограничение по времени:	1 секунда
Ограничение по памяти:	256 мегабайт

Одна из наиболее занимательных детских игр заключается в следующем: игроки по очереди в порядке возрастания называют числа, в которых отсутствует определенная цифра  $d$ . Например, при  $d = 2$ , дети будут называть числа 1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 30, 31, 33, и так далее. Ваш партнер по игре только что назвал очередное число, теперь ваш ход!

### Формат входных данных

Первая строка входного файла содержит десятичную цифру  $d$  ( $0 \leq d \leq 9$ ), вторая — натуральное число  $s$  ( $0 < s < 10^{250}$ ). Гарантируется, что запись числа  $s$  не содержит ведущих нулей и не содержит цифры  $d$ .

### Формат выходных данных

Выведите одно натуральное число — следующее число в игре (запись числа не должна содержать ведущих нулей).

### Система оценки

Баллы за каждый тест начисляются независимо.

### Пример

стандартный ввод	стандартный вывод
6 12345	12347

### Замечание

В примере ребята договорились не называть цифру 6. Ваш противник только что назвал пятизначное число 12345. Следующее за ним число 12346 содержит цифру 6, его называть нельзя. А вот число 12347 является подходящим.

## Задача В. Двусторонние карты

Имя входного файла:	стандартный ввод
Имя выходного файла:	стандартный вывод
Ограничение по времени:	1 секунда
Ограничение по памяти:	256 мегабайт

Тимофей подготовил для занятия математического кружка числовой фокус. Для этого ему понадобился реквизит из нечетного числа  $n$  двусторонних карточек. На первой карточке на одной стороне написано число 1, а на обороте 2, на второй карточке на одной стороне написано число 2, а на обороте 3, на третьей карточке на одной стороне написано число 3, а на обороте 4 и так далее. На последней  $n$ -й карточке на одной стороне написано число  $n$ , а на обороте 1. Например, при  $n = 3$  у Тимофея будут карточки с парами чисел 1-2, 2-3 и 1-3 (договоримся при описании карточки сначала указывать меньшее из двух чисел).

Беда пришла откуда не ждали — одна карточка потерялась. Попробуйте по сумме чисел на оставшихся карточках определить пропавшую.

### Формат входных данных

Единственная строка входного файла содержит натуральное число  $s$  ( $7 \leq s \leq 10^9$ ) — сумма всех чисел на оставшихся карточках. Гарантируется непротиворечивость входных данных.

### Формат выходных данных

Выведите описание пропавшей карточки в формате: меньшее из двух чисел, символ «-» (ASCII код 45), большее из двух чисел. Гарантируется однозначность ответа для указанных входных данных.

### Пример

стандартный ввод	стандартный вывод
9	1-2

### Замечание

В примере сумма всех чисел на карточках равна 9. Сначала Тимофей приготовил 3 карточки, из которых потерялась 1-2. Проверим: сумма всех чисел на карточках при  $n = 3$  равна 12, не хватает 3.

## Задача С. Ватманский лист

Имя входного файла: стандартный ввод  
Имя выходного файла: стандартный вывод  
Ограничение по времени: 1 секунда  
Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Скорее всего, вам доводилось видеть плотную чертёжную бумагу — так называемые ватманские листы (в школе их чаще всего используют как основу для стенгазет). Такие листы в соответствии со стандартом ISO 216 имеют формат A0, но бывают и другие форматы бумаги, в названии которых есть буква A — от A0 до A10. Лист каждого следующего формата равен половине листа предыдущего формата. Например, если разрезать лист A4 пополам, получится два листа A5.

У Тимофея есть один лист бумаги формата A0. Он может с помощью одного разреза получить из одного листа бумаги два листа следующего по размеру формата. Какое минимальное число разрезов ему нужно будет сделать, чтобы получить не менее  $n$  листов бумаги формата  $Ak$ ?

### Формат входных данных

Первая строка входного файла содержит два натуральных числа, записанных через пробел:  $n$  ( $1 \leq n \leq 2^k$ ) и  $k$  ( $1 \leq k \leq 10$ ).

### Формат выходных данных

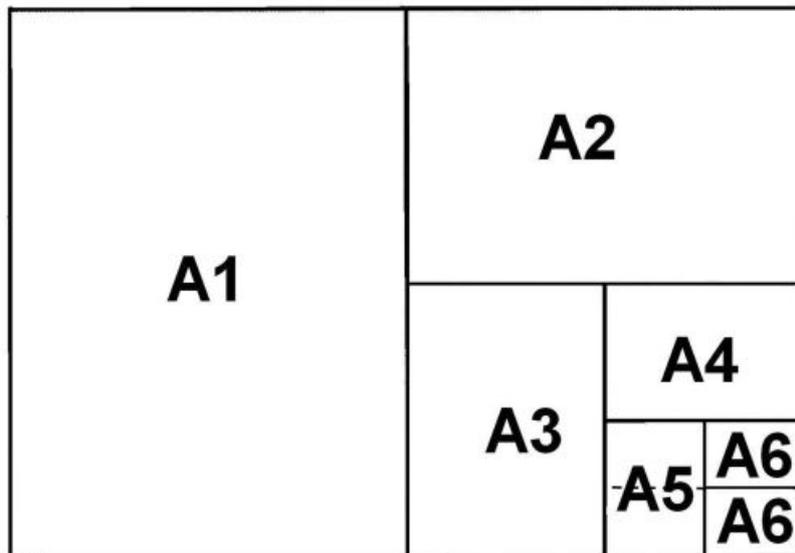
Выведите одно натуральное число — минимальное число разрезов.

### Пример

стандартный ввод	стандартный вывод
3 6	7

### Замечание

В примере Тимофею требуется получить три листа формата A6. Для этого достаточно сделать семь разрезов (в результате получится даже четыре нужных листа).



## Задача D. Тимофей и НОК

Имя входного файла:	стандартный ввод
Имя выходного файла:	стандартный вывод
Ограничение по времени:	1 секунда
Ограничение по памяти:	256 мегабайт

В Научно-исследовательском институте, где работает Тимофей, продолжается успешное исследование ряда натуральных чисел. Каждый день его коллеги открывают всё новые и новые свойства этой последовательности, и Тимофей старается от них не отставать. Сегодня Тимофей нашёл наименьшее общее кратное всех чисел от 1 до  $n$ . Теперь он хочет исключить из исходного набора чисел одно число, чтобы новое наименьшее общее кратное стало как можно меньше. Какое число ему нужно исключить?

### Формат входных данных

Единственная строка входного файла содержит натуральное число  $n$  ( $2 \leq n \leq 10^5$ ).

### Формат выходных данных

Выведите одно натуральное число — ответ на вопрос задачи.

### Система оценки

При оценивании по правилам IOI решения, верно работающие при  $n \leq 100$ , получают не менее 20 баллов.

### Пример

стандартный ввод	стандартный вывод
4	3

### Замечание

В примере дано  $n = 4$ . Вычислим НОК исходного набора чисел от 1 до 4 — это число 12. Исключим число 1. НОК не изменится. Исключим число 2. НОК не изменится. Исключим число 3. НОК чисел 1, 2 и 4 равен 4. Исключим число 4. НОК чисел 1, 2 и 3 равен 6. Значит, искомое число равно 3.

## Задача Е. Подготовка к марафону

Имя входного файла:	стандартный ввод
Имя выходного файла:	стандартный вывод
Ограничение по времени:	1 секунда
Ограничение по памяти:	256 мегабайт

Вася готовится к марафону.

Сегодня он решил пробежать несколько кругов длиной 1 километр каждый, затратив суммарно не более  $T$  минут. Для каждого круга Вася выбирает натуральное число  $t_i$  — время, которое он потратит, чтобы пробежать круг. Несмотря на то, что на каждом круге Вася пробегает одну и ту же дистанцию, времена  $t_i$  могут быть различными — Вася тренируется бегать в разном темпе. Однако, каждый отдельно взятый круг Вася бежит с постоянной скоростью.

Для отслеживания своего прогресса Вася использует ‘умные’ часы. Часы постоянно считают, сколько в среднем Вася тратит времени, чтобы пробежать один километр, то есть, один круг. Однако, Вася знает, что если в некоторый момент времени часы получают среднее время ровно  $k$  минут, то они не смогут отобразить это значение и зависнут.

Например, предположим, что  $k = 6$ . Если Вася пробежал первый круг за 4 минуты, а второй — за 10 минут, то в среднем он тратил 7 минут на круг. Однако, в этом случае часы тоже зависнут, поскольку через 9 минут со старта Вася пробежит ровно полтора круга и часы должны будут отобразить среднее время ровно 6 минут.

Вася не хочет, чтобы часы зависли. Посчитайте, сколько существует различных планов тренировок, которые удовлетворяют этому условию. План тренировки — это последовательность времен  $t_i$ . Два плана, отличающиеся только порядком времен, считаются различными. Например, планы  $\{1, 2, 3, 2\}$  и  $\{2, 1, 2, 3\}$  — различные.

### Формат входных данных

Первая строка входного файла содержит два натуральных числа —  $T$  и  $k$  — максимальное время, которое Вася может потратить на тренировку и число, которое не могут отобразить часы, ( $1 \leq T, k \leq 500$ ).

### Формат выходных данных

Выведите единственное число — количество допустимых планов тренировки. Поскольку это число может быть очень большим, выведите его остаток от деления на  $10^9 + 7$ .

### Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
3 2	5
3 3	6

### Замечание

В первом примере допустимые планы тренировок:

$\{1\}$ ,  
 $\{1, 1\}$ ,  
 $\{1, 1, 1\}$ ,  
 $\{1, 2\}$ ,  
 $\{3\}$

Во втором примере нельзя использовать план  $\{3\}$ , но можно использовать два новых плана —  $\{2\}$  и  $\{2, 1\}$ .

## Задача F. Нужные числители

Имя входного файла: стандартный ввод  
Имя выходного файла: стандартный вывод  
Ограничение по времени: 1 секунда  
Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Тимофей выписал в ряд все дроби со знаменателем  $n$  и числителями от 1 до  $n$  и сделал возможные сокращения. Например, для  $n = 12$  получился следующий ряд чисел:

$$\frac{1}{12}, \frac{1}{6}, \frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{5}{12}, \frac{1}{2}, \frac{7}{12}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{5}{6}, \frac{11}{12}, \frac{1}{1}$$

Сколько получится дробей с числителем  $d$ ?

### Формат входных данных

Две строки входного файла содержат два натуральных числа:  $n$  и  $d$  ( $1 \leq d \leq n \leq 10^9$ ).

### Формат выходных данных

Выведите одно неотрицательное целое число — ответ на вопрос задачи.

### Система оценки

В случае оценивания по правилам IOI баллы за каждый тест начисляются независимо.

Решения, верно работающие при  $n \leq 1000$ , получают не менее 40 баллов.

Решения, верно работающие при  $d = 1$ , получают не менее 10 баллов.

### Пример

стандартный ввод	стандартный вывод
12 5	2

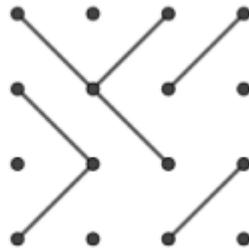
### Замечание

Пояснение к примеру: смотри рисунок.

## Задача G. Диагонали

Имя входного файла: стандартный ввод  
Имя выходного файла: стандартный вывод  
Ограничение по времени: 1 секунда  
Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Задана сетка размером  $n \times m$ , разбитая на единичные квадраты  $1 \times 1$ , в углах которых располагаются вершины. В некоторых квадратах может быть нарисована диагональ, соединяющая противоположные вершины, не лежащие на одной стороне. Будем говорить, что вершина активна, если она принадлежит какой-либо диагонали. Наша задача, состоит в том, чтобы все активные вершины были связаны, то есть имелась возможность переходить из одной в другую, двигаясь по диагоналям. Для достижения этой цели мы можем заменить диагональ квадрата другой диагональю (той, что соединяет две другие противоположные вершины, не лежащие на одной стороне). Будем называть такую операцию поворотом.



На рисунке выше дан один из примеров такой сетки. В данном случае, активные вершины не соединены.

Ваша задача заключается в том, чтобы найти минимальное количество поворотов диагоналей, которые необходимо произвести до того момента, как все активные вершины будут соединены.

### Формат входных данных

В первой строке заданы два натуральных числа  $n$  и  $m$  не превосходящие 2000. В следующих  $n$  строках задано по  $m$  целых чисел  $a_{ij}$  ( $0 \leq a_{ij} \leq 2$ ). Каждое значение  $a_{ij}$  описывает соответствующий квадрат, находящийся на пересечении  $i$ -й строки и  $j$ -го столбца сетки. Если  $a_{ij}$  равно 0, то в этом квадрате проведена диагональ из левой верхней вершины в нижнюю правую; если  $a_{ij}$  равно 1, то диагональ соединяет левую нижнюю и верхнюю правую вершины; если  $a_{ij}$  равно 2, то в этом квадрате не проведена никакая диагональ.

### Формат выходных данных

Выведите одно целое число — минимальное количество поворотов, необходимых для того, чтобы соединить все активные вершины. Если ответа не существует, выведите -1.

### Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
3 3 0 1 1 0 0 2 1 2 1	4
1 3 1 2 0	-1

### Замечание

В первом примере задана сетка, нарисованная на рисунке выше.

## Задача Н. Разноцветные окружности

Имя входного файла: стандартный ввод  
Имя выходного файла: стандартный вывод  
Ограничение по времени: 1 секунда  
Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Дима придумал плоттер собственной конструкции который умеет рисовать на бумаге окружности разных цветов. Кроме того, Дима придумал собственный рецепт чернил для плоттера.

К сожалению, Дима не очень хорошо разбирается в химии, поэтому созданные по его рецепту чернила разных цветов вступают в реакцию и смешиваются, приводя к появлению новых цветов на окружностях.

Помогите Диме написать программу, которая для двух заданных окружностей позволяет определить, имеются ли у них общие точки.

### Формат входных данных

В первой строке записаны через пробел три числа:  $X_1, Y_1, R_1$  ( $-100 \leq X_1, Y_1 \leq 100, 1 \leq R_1 \leq 50$ ), где  $X_1, Y_1$  – координаты центра первой окружности,  $R_1$  – радиус первой окружности.

Во второй строке записаны через пробел три числа:  $X_2, Y_2, R_2$  ( $-100 \leq X_2, Y_2 \leq 100, 1 \leq R_2 \leq 50$ ), где  $X_2, Y_2$  – координаты центра второй окружности,  $R_2$  – радиус второй окружности.

Гарантируется, что окружности не совпадают друг с другом (то есть количество общих точек не может быть бесконечным).

### Формат выходных данных

Вывести число – количество точек пересечения окружностей.

### Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
1 1 50 20 30 30	2
2 2 20 50 50 10	0
-10 0 10 10 0 10	1

## Задача I. Обратный словарь

Имя входного файла:	стандартный ввод
Имя выходного файла:	стандартный вывод
Ограничение по времени:	1 секунда
Ограничение по памяти:	256 мегабайт

Всем известно, что в большинстве словарей слова упорядочены в лексикографическом порядке. Например, (для латинского алфавита) слова, начинающиеся на букву «а», предшествуют словам, начинающимся на букву «b». Слова, начинающиеся на «an», идут раньше слов, начинающихся на «ар», и так далее. При сортировке учитываются все буквы. Если все буквы более короткого слова совпадают с началом более длинного слова, то короткое слово предшествует длинному. Например, слово «ban» идет раньше, чем «bank».

Обратный словарь – словарь, в котором слова отсортированы в алфавитном порядке по конечным буквам, как показано на рисунке.

a  
ba  
aba  
kaaba  
baba

Фрагмент обратного словаря для буквы «а»

Обратный словарь полезен при изучении словообразования. В компьютерной лингвистике такой словарь может использоваться как основа для составления и проверки словарей словоформ.

Упорядочьте заданные слова в порядке, соответствующем обратному словарю.

### Формат входных данных

В первой строке записано число  $N$  – количество строк ( $1 \leq N \leq 100$ ).

Следующие  $N$  строк содержит по одному слову. Каждое слово имеет длину от 1 до 20 символов и содержит только маленькие латинские буквы.

### Формат выходных данных

Выведите слова в порядке, соответствующем обратному словарю.

### Пример

стандартный ввод	стандартный вывод
6	sjadc
adsad	adsad
sjadc	aadsad
aadsad	sai
sai	o
sp	sp
o	

## Задача J. Запасные кнопки для домофона

Имя входного файла:	стандартный ввод
Имя выходного файла:	стандартный вывод
Ограничение по времени:	1 секунда
Ограничение по памяти:	256 мегабайт

Компания «Дом и двор» занимается установкой и обслуживанием домофонов в подъездах многоквартирных домов. Каждый домофон (речь идет только о блоке, устанавливаемом на дверь подъезда) содержит кнопки с цифрами от '0' до '9' и кнопку вызова. Чтобы позвонить в квартиру необходимо набрать на домофоне ее номер (и затем кнопку вызова).

Чтобы привлечь к себе новых клиентов компания «Дом и двор» много лет предлагает специальный бонус: бесплатное изготовление и передачу в комплекте с домофоном одну или несколько различных запасных кнопок к нему.

Все кнопки домофоны изготавливаются из специального дорогостоящего сплава. Раньше количество запасных кнопок (от 1 до 10), прилагаемых к домофону, определялось случайным образом. Чтобы снизить издержки и при этом сохранить приятный для клиентов бонус, новый руководитель компании решил изготавливать и передавать вместе с домофоном только ту кнопку (одну или несколько), которая должна нажиматься чаще остальных (и, соответственно, быстрее «изнашиваться»). Это правило не распространяется на кнопку вызова – она не является сменной.

Известен диапазон номеров квартир в подъезде (нумерация квартир идет подряд, по возрастанию, без пропусков). Будем считать, что вероятность звонков во все квартиры подъезда одинакова. Помогите определить кнопку (или кнопки) домофона, которая нажимается чаще остальных.

### Формат входных данных

На вход подаются два числа, разделенные пробелом –  $L$  и  $R$  ( $1 \leq L, R, \leq 10^6$ , причем  $L \leq R$ ) – соответственно номер начальной и конечной квартир в подъезде.

### Формат выходных данных

Вывести цифры всех запасных кнопок, по одной в строке, в порядке возрастания их значения (минимальное значение имеет кнопка '0', максимальное – '9').

### Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
80 120	1
9 10	0 1 9